



TITLE:

粒状体中の空洞の流れによる崩壊過程 (複雑流体の構造形成と崩壊の数理)

AUTHOR(S):

佐野, 理; 金子, 吉文

CITATION:

佐野, 理 ...[et al]. 粒状体中の空洞の流れによる崩壊過程 (複雑流体の構造形成と崩壊の数理). 数理解析研究所講究録 2005, 1413: 94-102

ISSUE DATE:

2005-02

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/26205>

RIGHT:

粒状体中の空洞の流れによる崩壊過程

東京農工大学・院工・物理

佐野 理 (Osamu Sano),

金子吉文 (Yoshifumi Kaneko)

Department of Applied Physics,

Tokyo University of Agriculture and Technology

1. はじめに

流れの中に置かれた粒状体中に空洞があると、そこに流れが集中し局所的に応力の増加が起こるために比較的遅い流れであっても空洞境界の崩壊が起こる。これが流れの場を変化させ、さらに空洞崩壊が進む状況下では、崩壊が加速度的に進行し、やがて大規模な空洞領域の成長や地滑り・崖崩れのような災害に至る危険性がある(図1参照)。こうした粒状体と流れの相互作用の素過程として、まず1個あるいは2個の空洞の崩壊過程を調べる必要がある。

これまでに、1空洞の効果については佐野[1]による理論計算がある。そこでは粘性率 μ の非圧縮性流体の流れを、一様な粒状体中では透水係数 k の多孔性媒質とみなして“一般化したダルシー方程式”で、また空洞中では“ストークス方程式”で解析している。空洞境界が円柱状(2次元)の場合に空洞領域に流れ込む流量

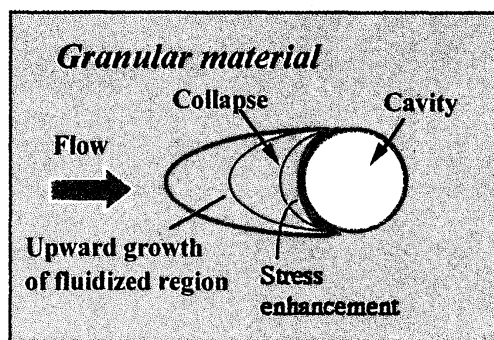


図1. 空洞への流れの集中と空洞の崩壊.

Q および空洞中心における流速 U_0 は、それがなかったときに同じ領域に流れ込む

流量 Q_∞ および遠方流速 U_∞ より増加し、空洞の半径 R_0 と透水係数 k の平方根の比 $\alpha (\equiv R_0/\sqrt{k})$ が大きい場合には、それぞれ $Q=2 Q_\infty$ および $U_0=3 U_\infty$ となることが示され、これらは Momii et al [2] により実験的に検証されている。空洞が球の場合についてはこの効果はさらに著しくなり、 $Q=3 Q_\infty$ および $U_0=6 U_\infty$ となる[3]。このような空洞の効果は、ボーリング孔をあけて地下水流速を調査したときの観測値に対する重大な補正の必要性を示しており、実際にこれを応用した地下水流向流速計も開発されている。空洞が円形でない場合の計算[4]や空洞が2個存在しているときの流れ場の変化[5]についても拡張がなされている。これらはいずれも空洞の境界の形が変化しない場合について、流れの変化を調べたものである。現実問題としては、空洞領域への流れの集中が起こると、空洞境界の崩壊や周辺領域の流動化が引き起こされることが多々見受けられる。この報文では主として後者について述べていく。

2. 実験

空洞崩壊の素過程を実験的に調べてみよう。図2はその装置の概略図である。テストセクションは長さ 660mm×幅 360mm×厚さ 3mm の領域に直径 $d=1.1\text{mm}$ のガラスビーズを敷き詰めたものであり、ここに空洞(直径 40mm)を設置する。粒状体領域の両端に一定の圧力差で流体を流し、空洞領域の変化の様子をビデオカメラで観測する。

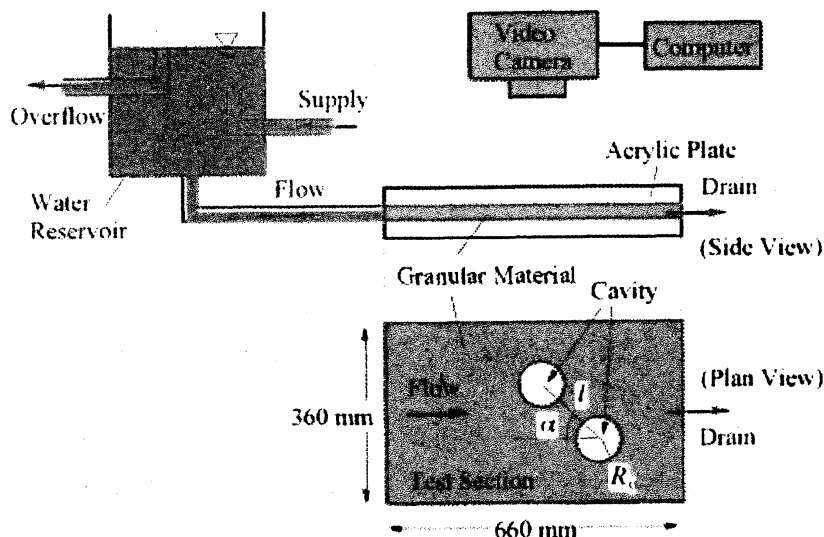


図2. 実験装置.

流速 U_∞ は 0~35 mm/s で変化させ、2 空洞の場合には空洞の中心間距離 l を半径 R_0 の 5 倍程度まで、また流れに対する空洞の向きは対称性を考慮して $0^\circ \sim 90^\circ$ まで変化させた。同条件で実験を繰り返し、空洞崩壊過程が 5% の精度で再現されていることを確認した。

3. 実験結果[6]および議論

3.1 空洞崩壊の臨界流速

流速 U_∞ を増加させていくとある臨界速度に達したところで空洞の上流側壁面の崩壊が始まる。この速度を U_c とする。それと同時に空洞の上流側領域の粒子間距離が増加し流動化が進行していく。その速度を崩壊速度 V_{collapse} と定義する。図3は U_∞ と V_{collapse} の関係を示し、この場合の臨界流速 U_c は約 14mm/s である。以下では遠方流速 U_∞ を U_c で規格化した無次元流速 $U^*=U_\infty/U_c$ で結果を整理する。

ところで、この臨界流速はどのようにして決まるのであろうか？ これについて現在考えている機構は以下の通りである。円形の空洞を過ぎる流れから、空洞境界に働

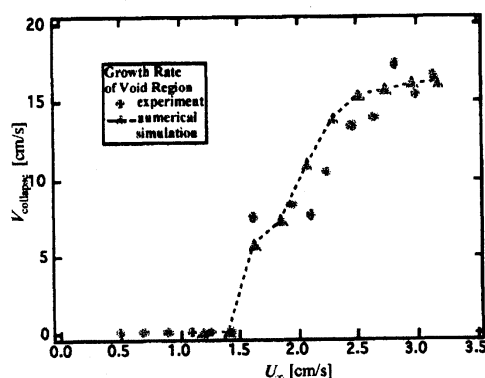


図3. 臨界崩壊流速.

く応力が計算される。このうち接線応力と空洞の外向きの法線応力は隣接する粒子の弾性と排除体積効果により釣り合うが、空洞内向きの力と釣り合うのは上下の境界壁より与えられる摩擦力だけと考えられる。図4参照。前者(法線方向の粘性応力)は

$$\tau_{rr} \approx \mu U_x R_0 / k$$

であり、後者は簡単な考察から

$$f = \mu^* p \approx \mu^* G^* d / h$$

程度と評価できる。ただし、 μ^* は粒子間の接触摩擦係数、 p は上下の壁面に働く圧力で、崩壊は粒子が初期位置から1個程度の距離のずれ歪みを起こした時に発生すると考え、実効的なずれ弾性率 G^* を用いて

$p \approx G^* d / h$ とした。臨界状態では、両者が釣り合うので、臨界流速は

$$U_c \approx \frac{\mu^* G^* dk}{\mu R_0 h}$$

と見積もれる。この仮説は定性的には確認されているがさらに検討が必要と思われる。

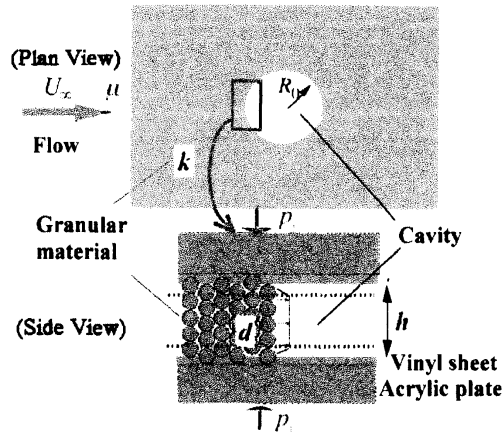


図4. 空洞の崩壊機構.

3.2 空洞崩壊の時間変化

図5に1つの円形空洞が崩壊する時間経過を示す。流れは右向きである。

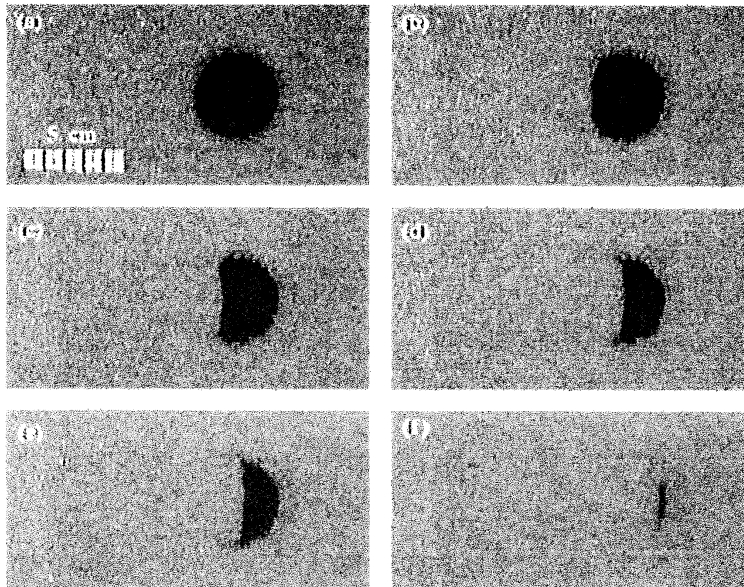


図5. 空洞崩壊の時間経過。初期に空洞は円形で直径 $D=40$ mm. $U^*=2.7$.

(a) $t=0$ s, (b) $t=0.27$ s, (c) $t=0.50$ s, (d) $t=0.80$ s, (e) $t=0.93$ s, (f) $t=1.50$ s.

図6は空洞が崩壊し埋められていく様子を示したもので、縦軸は各時刻での空洞面積 S を初期の面積 S_0 で規格化した無次元面積 S^* 、横軸は無次元時間 $t^* = 2 R_0 U_\infty t / S_0$ である。 U^* が1.5程度以下では、仮に崩壊が起こっても途中で崩壊が停止してしまう場合もあるが、 U^* が2以上では空洞が完全に埋まるまで崩壊が進み、それらはほぼ1つの曲線上に乗っている。

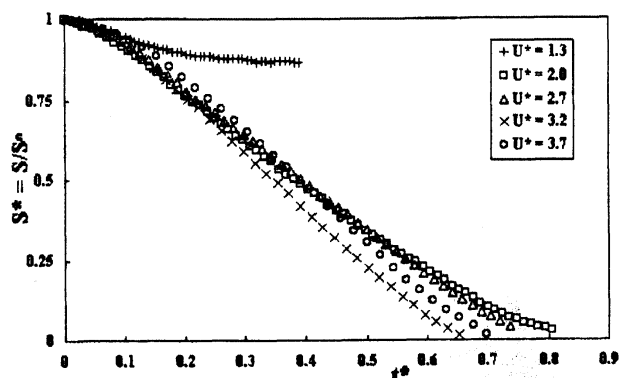


図6. 空洞崩壊の時間経過(1空洞).

3.3 2空洞の崩壊

2空洞の崩壊の様子を図7に示す。ここでは $\Delta t = 0.5$ s 間の画像を差し引きしており、黒い部分が空洞、白い部分が粒子の移動した領域である。空洞が粒子で満たされていく過程、および空洞の上流側に流動化領域が成長していく様子が見える。

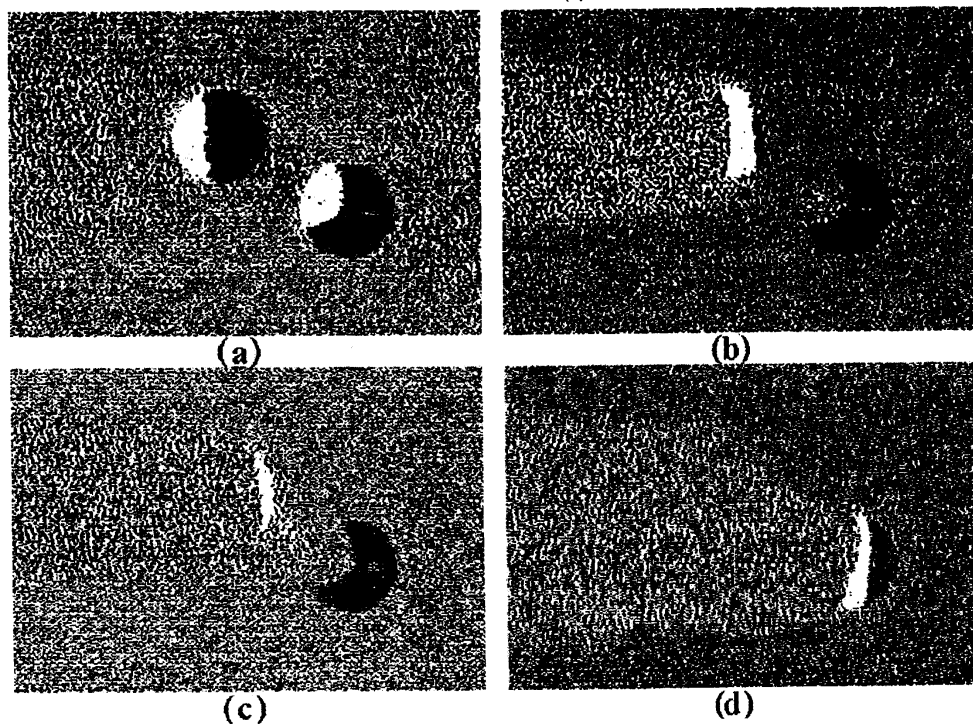
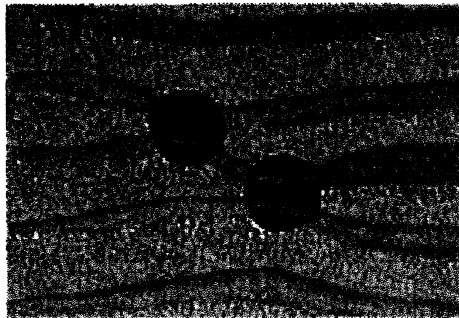
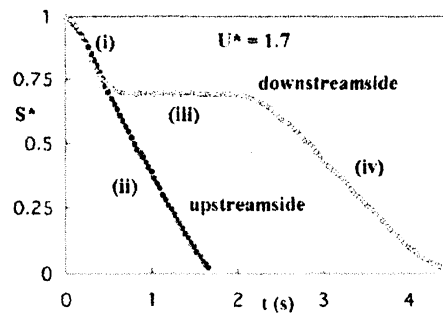


図7. 2空洞の崩壊. 空洞中心間距離 $l = 3R_0$, 迎え角 $\alpha = 30^\circ$. $U^* = 1.7$.
時刻は(a) $t = 0.25$ s, (b) $t = 1.0$ s, (c) $t = 1.5$ s, (d) $t = 3.5$ s.

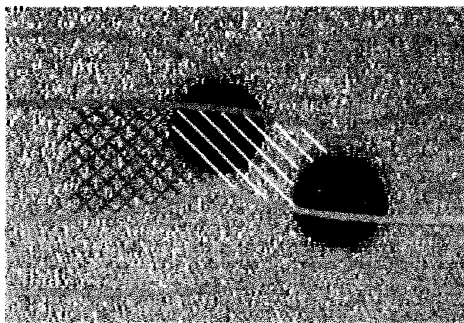
空洞領域の変化を図解したものが図8である。まず、空洞が崩壊していないときの流れ場が図8(a)で、これに1空洞だけが独立に存在していた時の流線を重ね合わせたものが図8(b)(c)である。初期には上下流側の空洞とも一定の割合で崩壊が進む[図8(b)および(d)の(i)]。上流側の空洞にはその後も引き続き遠方からの流れのもつ運動量が流れ込み空洞崩壊が進む[図8(d)の(ii)]。これに対して、下流側の空洞には、上流側空洞を崩壊させる時に運動量を消費した粒状体が多量に流れ込んでくるので[図8(c)], 崩壊には至らない[図8(d)の(iii)]。上流側の空洞領域がすべて埋め尽くされると、ふたたび大きな運動量をもった流体が下流側の空洞に流れ込むので、崩壊が再び始まる[図8(d)の(iv)]。



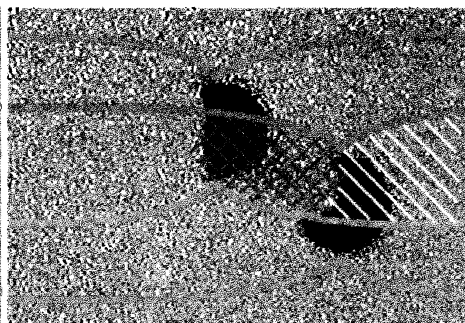
(a) 2 空洞の周りの流線



(d) 空洞領域の時間変化



(b)



(c)

図8. 2 空洞の崩壊機構.

これと同じ配置で崩壊過程の遠方流速依存性を示したものが図9である。上流側の空洞崩壊は単調で、同一の相似曲線に乗っている。これに対して下流側空洞の崩壊の一時停止時期は遠方流速の増加とともに短くなり、また顕著ではなくなっていく。

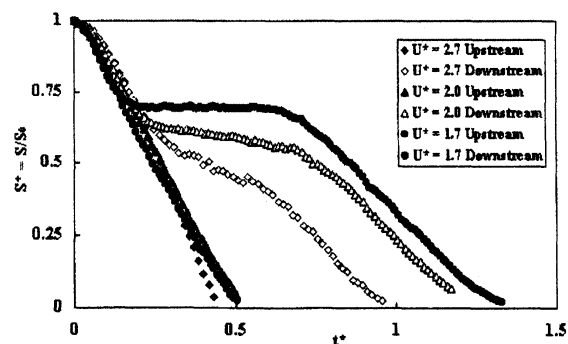


図9. 崩壊の遠方流速依存性.

配置を変えた場合にも同様の依存性が見られるが、 α が 90° に近づくにつれて上下流の空洞の差がなくなってゆく。図10に空洞間距離を一定に保ち、配置を変えた場合の崩壊過程のダイアグラムを示す。図10(i)で示した領域では、 U^* が1以下でも崩壊が起こることを示している。これは上流側の空洞により集められた流れが下流側に放出され、それが崩壊の臨界流速を超えることによるもので、空洞相互作用によっては臨界値以下であっても崩壊が起こる危険性を示すものとして注目される。図10(ii)の領域では上流側の空洞崩壊に相似性が見られる。

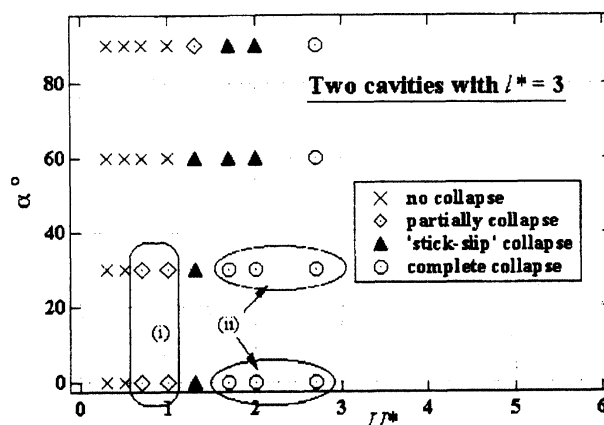


図10. 崩壊過程の配置依存性.

4. 数値シミュレーション[7]および議論

4.1 数値計算モデル

以上の実験結果を再現し得る数値モデルを構築しよう。そのために粒子間のスティック・スリップに対応した局所的な相互作用と空洞を過ぎる粘性流の応力による構造破壊という大域的な相互作用を取り込んだセル・オートマトンを提案する。

計算にあたって (i) 粒状体および空洞は2次元と仮定し、それらの位置は三角格子点で与える、(ii) 粒子は“溶解”することではなく、その総数は保存される、(iii) 空洞の境界にある粒子(すなわち、他の粒子で完全には囲まれていない粒子)を見出し登録する、(iv) 最近接粒子間の結合エネルギーを考え、それを境界粒子に対して計算する、(v) 個々の境界粒子に対して三角格子に沿った6方向のエネルギー勾配を計算し、その最小勾配の方向およびその大きさ(結合力)を登録する、(vi) 各時刻において、存在している空洞領域と同じ大きさの実効的な円形空洞を仮定して流れおよびそれによる応力(破壊力)を計算し、(vii) 破壊力が結合力より大きい場合について、その差の大きな順に粒子および力の方向のデータを並べ替える、(viii) 前述リストの第1番目の粒子について、移動先が空いていれば移動させる、空いていなければ(排除体積効果)、第2番目以降の粒子について順に移動可能性を調べる。これらのステップにより粒子を1個移動させた後は(iii)以降のステップを繰り返す。なお、粒子の並び替えで同条件の粒子および方向が複数ある場合はそれらの中から等確率で1つを選択する。また、流体中に遊離した粒子は局所的な流れによって“自由に”運ばれるものとする。

4.2 数値シミュレーション結果

計算では次の3つのパラメーターを適切に選ぶ必要がある。すなわち、

$\zeta_0 \equiv R_0/\sqrt{k}$: 粒状体における空洞効果の相対的重要性を示す

$V_0 \equiv \mu U_\infty/(g R_0)$: g は粒状体粒子間の結合力の強さを表し, V_0 は粘性応力との比

$c \equiv g_\alpha/g$: 粒状体が崩壊するしきい値に対応し, 粒状体の堅さを表す

図11は粒状体の崩壊する臨界値に対する依存性を示したもので, 粒状体の堅さを表すパラメータ c が大きいほど堅い媒質を表す. 実験観測との比較で $c=3$ 程度が適当と考えられる. 以下の計算はこの c の値に固定する.

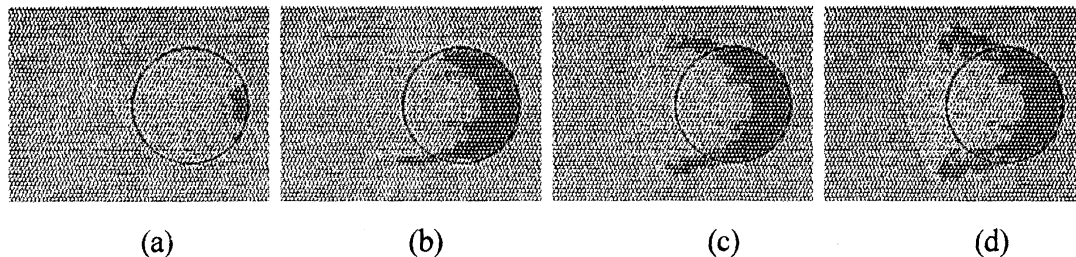
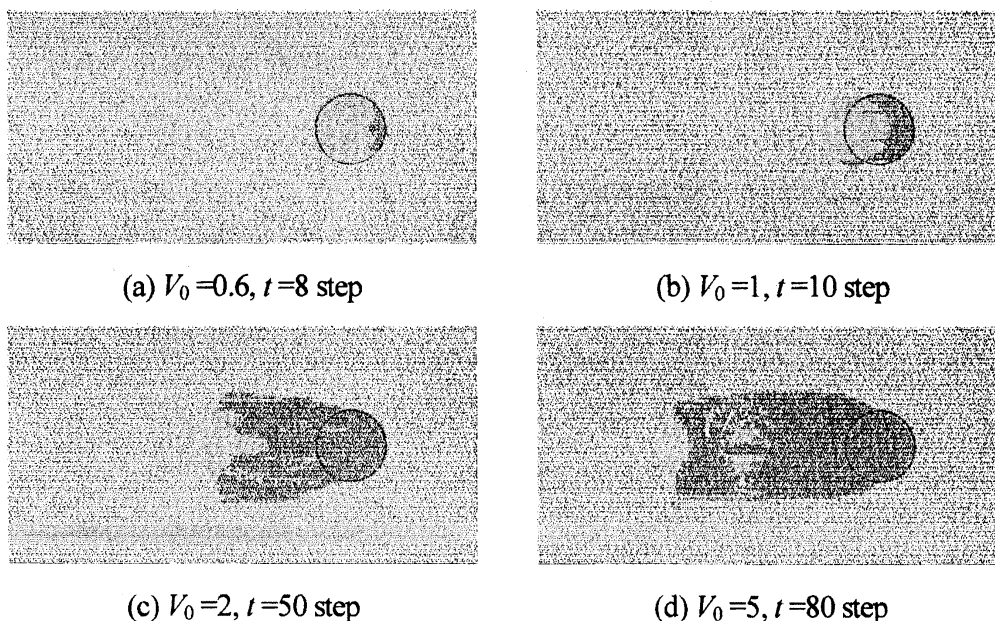


図11. 粒状体の崩壊臨界値(粒状体の堅さ c)依存性:

(a) $c=5.5$, (b) $c=4.0$, (c) $c=3.0$, (d) $c=1.0$.

図12は崩壊領域の成長に対する遠方流速依存性を示す. 図12(a)では流速が小さいので崩壊は途中で止まってしまう. 図12(b)(c)程度の流速では空洞領域がほぼまとまって上流側へ移動する. さらに流速が増すと空洞領域が分散し部分的に取り残される傾向が見られる. 粒状体がひとたび崩壊するとそれらは固体間の接触摩擦力を失い流動化したと解釈できる. そのような領域の上流側への成長速度をプロットしたものが図3の▲記号で示したものである. 縦横軸のスケールは任意であるが定性的には一致しているように見える.



(a) $V_0=0.6, t=8$ step

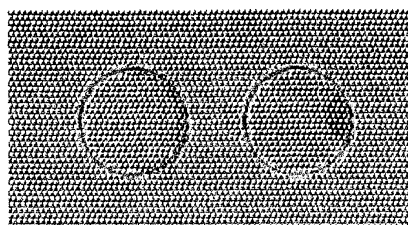
(b) $V_0=1, t=10$ step

(c) $V_0=2, t=50$ step

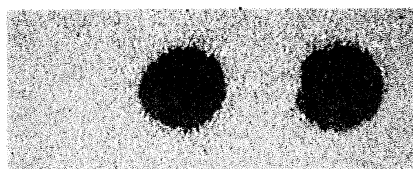
(d) $V_0=5, t=80$ step

図12. 崩壊領域の成長. 遠方流速依存性.

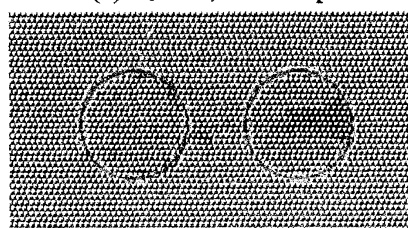
同様にして，2空洞の相互作用も計算される．図1 3(a)(b)は2空洞が流れの方向に縦に並んだ場合で，遠方流速は1空洞の崩壊する臨界流速よりもやや小さい．下流側空洞の上流側壁面が崩壊し上流側の空洞と融合したところで崩壊が停止している．これに相当する実験写真が図1 3(c)(d)であり，定性的によく一致している．



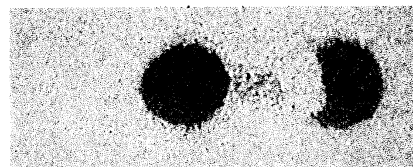
(a) $V_0=0.2, t=5 \text{ step}$



(c) $U^*=0.9, t=0 \text{ s}$



(b) $V_0=0.2, t=15 \text{ steps}$



(d) $U^*=0.9, t=3.5 \text{ s}$

図1 3．2空洞の相互作用による崩壊．遠方流速は右向きで大きさは1空洞の場合の崩壊臨界値よりも小さい．

図1 4は2空洞の相互作用の一例である．粒子間距離は空洞半径の3倍，迎え角 α は 30° で，遠方流速は臨界値以上である．空洞領域が上流側に伸び，より大きな流動化領域に成長していく様子が見える．さらに多くの空洞が存在している場合も同様に計算が進められる．現実の土壌のような粒状体中には大小の多くの空洞が乱雑に分布している．多量の雨水が崖付近や斜面に浸透していく場合などでは，これまで述べてきたような過程を経て空洞が合併し，大規模な流動化領域に成長することが予想される．もし空洞が2次元的な連結した領域になれば，その面の両側で応力網が寸断されるので崖崩れや土砂崩れのような災害に繋がるし，3次元的な構造崩壊で，紐状の連結領域に成長していけば，水脈形成あるいは“水漏れ”の発生に繋がる可能性がある．

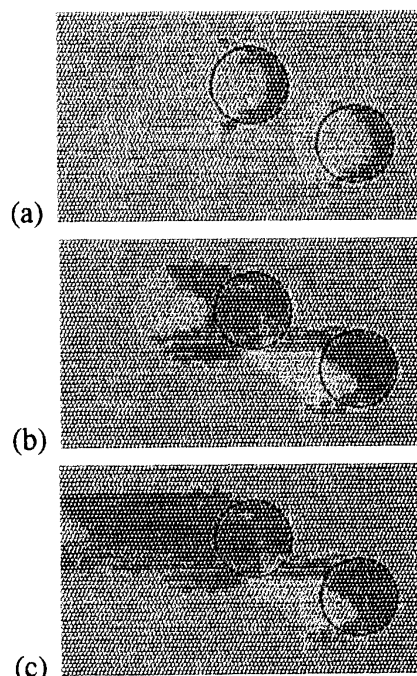


図1 4．2空洞の相互作用．
($V_0=1, \alpha=\pi/6, l^*=3$)

5. おわりに

粒状体の構造を反映して流れが決り、流れの大きさがある臨界条件に達すると粒状体の配置が変化する。このような過程の繰り返しで次々とスケールを変えながら構造崩壊と形態形成が進む複雑系について調べてきた。その各段階に着目すれば、1つ前の構造はミクロ、1つ後の構造はマクロな構造であり、それらを結びつけるものがメソスコピックな物理過程と言える。まだ、実験により対象を「観る」段階が主であるが、ようやくこの現象そのものを「数理的に記述」する段階にたどり着いたように感じている。その方法の妥当性についてはまだ議論の余地が多々残されているが、これが成功すれば系の挙動の「予測」が可能になり、その実験的な検証を経てより強固な研究手法になると期待している。

参考文献

- [1] O.Sano : “Viscous Flow past a Cylindrical Hole Bored inside a Porous Media ----- with Application to Measurement of the Velocity of Subterranean Water by the Single Boring Method.” *Nagare* **2** (1983) 252 [in Japanese].
- [2] K.Momii, K.Jinno, T.Ueda, H.Motomura, F.Hirano & T.Honda : “Experimental study on groundwater flow in a borehole.” *J.Groundwater Hydrol.* **31**(1989) 13 [in Japanese] ; K.Momii, K.Jinno & F.Hirano : “Laboratory Studies on a New Laser Doppler Velocimeter System for Horizontal Groundwater Velocity Measurements in a Borehole.” *Water Resources Res.* **29** (1993) 283.
- [3] G. P. RajaSekhar & O. Sano : “Viscous Flow past a Circular/Spherical Void in Porous Media --- An application to Measurement of the Velocity of Groundwater by the Single Boring Method.” *J. Phys. Soc. Jpn.* **69** (2000) 479.
- [4] G. P. RajaSekhar & O. Sano: “Two-Dimensional Viscous Flow in a Granular Material with a Void of Arbitrary Shape.” *Phys. Fluids* **15** (2003) 554.
- [5] Y. Kaneko & O. Sano: “Experimental Study on the Interaction of Two Two-Dimensional Circular Holes Placed in a Uniform Viscous Flow in a Porous Medium.” *Fluid Dyn. Res.* **32** (2003) 15.
- [6] Y.Kaneko and O.Sano: “Collapse and Merging of Cavity Regions in a Granular Material due to Viscous Flow.” to appear in *Phys. Fluids* **17** (2005) .
- [7] O.Sano: “Collapse of Cavity Regions in a Granular Material due to Viscous Flow.”, *Comp. Fluid Dyn. Jour.*, **13** (2004) 510-518.